Maxima pour l'arithmétique et les groupes

par Patrick Teller

(version 21-12-2015)

Nous utiliserons avant tout Maxima comme « calculatrice » mathématique et pas pour programmer; ensuite nous verrons.

1. Petit départ

1. Lorsqu'on lance la **console** Maxima elle affiche (%i1) (le i veut dire input), tapez une commande (par exemple: 1+5), ajoutez ; puis return.

Maxima exécute et affiche (%o1) (le o veut dire output) suivi du résultat : 2.

Puis la console affiche (%i2) et attend la deuxième commande......

2. Maxima distingue majuscules et minuscules; faites attention.

3. Pour quitter vous tapez quit(); et return.

Opérations arithmétiques

1) + ,-, *, / (pour la division), ^ ou ** pour l'exponentiation, . pour la multiplication des matrices, sqrt(x) pour la racine carrée.

Les calculs se font sous forme exacte, c'est à dire que le résultat de l'opération 1/10+ 1/101 sera le nombre rationnel 201/10100 et pas une valeur approchée

2) Comme Maxima privilégie la valeur exacte, voyez ce qui se passe si vous tapez

((1+sqrt(2))^5; return

il ne se passe rien

si vous voulez développer cette expression vous ajouterez ensuite

expand(%); return

ce qui développera le résultat précédent (% représente le résultat précédent).

3) Attention Maxima n'a pas besoin de bfloat pour effectuer de longs calculs; vérifiez-le en tapant

100!; return

Créer une liste, récupérer dans une liste

1) créer une liste

(%i1) L:[5,8];return

2) pour récupérer un terme d'une lisite

(%i2) part(L,2); return

(%o2) 8

3) créer une liste de listes

(%i3) M:[[1,26],[3,5]];return

4) pour récupérer un terme

(%i4) part(M,2,2);return

(%o4) 5

Algèbre

Maxima est fait pour les calculs d'expressions

1) voici une suite à l'écran

(%i1) (x+2*y)^3;return

(%o1) (x+2*y)^3

(%i2) expand(%);return

(%o2) x^3 + 6*x^2*y +12*x*y^2+8y^3

si vous voulez affecter à y la valeur 5x, voici comment vous continuez

(%i3) %o2,y=5*x;return

(« %o2 » reprend le résultat qui porte ce nom, et la commande « y=5*x » affecte à y la valeur 8*x)

(%o3) 1331 x^3

2) si « expand » développe on peut aussi factoriser; par exemple

(%i3) factor(x^3 + 3*x^2*y +12*x*y^2+8y^3);return

donnera comme réponse

(%o3) (x+y)^3

Arithmétique

0) pour obtenir le reste de a modulo b: mod(a,b);

exemple:

(%i1) mod(123,5);

(%o1) 3;

1) le pgcd de deux entiers et un couple vérifiant l'identité de Bezout sont donnés par igcdex(a,b)

exemple:

(%i1) load(gcdex);

puis

(%i2) igcdex(12,5);

(%o2) [-2,5,1]

2) la factorisation en produit de puissances d'entiers premiers est donnée par ifactors(n)

exemple:

(%i1) ifactors(63);

(%o1) [[3,2],[7,1]]

3) pour savoir si n est premier : primep(n)

exemple:

(%i1) primep(15);

(%o1) false

4) pour élever l'entier a à la puissance n modulo l'entier m on utilise power_mod(a,n,m)

(%i1) power_mod(3,2,5);

(%o1) 4

5) la fonction phi d'Euler, le nombre d'entiers inférieurs à n et premiers avec n, est appelé totient de n, on l'obtient par totient(n)

exemple:

(%i1) totient(12);

(%o2) 4

6) valeur d'un entier a modulo n: mod(a,n)

exemple :

(%i1) mod(145,13);

(%o1) 2

un peu plus

1) affecter une valeur à une variable (au passage si elle n'était pas encore définie cela la définit

(%i1) a:7;

(ùo1) 7

2) si vous voulez faire exécuter une opération mais ne pas afficher le résultat (plus loin vous l'utiliserez) remplacer le « ; » par le symbole dollar

3) de même si a est une matrice à m lignes et p colonnes on pourra modifier certains termes

par exemple:

(%i1) a:matrix([1,5,9],[2,-8,10]);

(%o1) $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 9 \\ 2 & -8 & 10 \end{pmatrix}$

(%i2) for k thru 3 do (a[2,k]:a[2,k]-2*a[1,k]);a;;

(%o2) $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 9 \\ 0 & -18 & -28 \end{pmatrix}$

au passage vous avez appris à écrire une « boucle for »

4)

(%i1) x:6; for k thru 5 do (x:x+1,x:x^2); if (x<17) then x else 21;

(%o1) 21

5) while (condition) do (instruction1,instruction2) ...

Calculs polynomiaux avec maxima

L 'addition de polynômes P:(x^3+x^2+2*x)+(x^4+3*x+5);

La multiplication de polynômes: P:(x^3+x^2+2*x)*(x^4+3*x+5); expand(P);

La division euclidienne de polynômes P:divide(x^5+x^2+2*x,x^4+3*x+5) donnera le quotient, suivi du reste.

gcd(P,Q) donne le pgcd des deux polynômes P et Q

Calcul du produit de P(X) et Q(X) dans $F_3[X]/(X^2+1)$ avec maxima

On utilisera les deux procédures suivantes

multiplymodulo(P,Q,modulo):=block([U],U:second(divide(P*Q,modulo)),return(U))$

fabr(U):=block([a0,a1],a0:mod(coeff(U,x,0),3),a1:mod(coeff(U,x,1),3),,return(a0+a1*x))$

Le package de maxima pour les corps finis

avant tout charger le package : load(gf);

puis définir le corps fini

exemple: la commande « gf_set(5,x^3+x+1) » va définir que l'on travaille modulo 5 (c'est à dire avec F_5[X] et que le polynôme P(X)=X^3+X+1.

Si P(X) est irréductible dans F_5[X] maxima répondra « true » et on va donc travailler dans F_5[X]/P(X).

exemple: a:X^2+1; b:X+1; gf_mul(a,b); donnera -x-1;

de même gf_add(a,b); donnera 2X^2+X+1;